高三数学试题（文科）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 5 页．完成时间 120 分钟，满分 150 分，考试结束后，将答题卡交回.

注意事项：

1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号和科类写在答题卡和试卷规定的位置上.
2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答案不能答在试卷上.
3. 第Ⅱ卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

参考公式：

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 是锥体的底面积，h 是锥体的高.

第Ⅰ卷（共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分. 每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

（1）已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x\,|\,(x+2)(x-1)>0\},B=\{x\,|\,-4\le x<0\}$，则 $A\bigcup(C_U B)$ 为

（A）$\{x\,|\,x<-2或x\ge 0\}$　　（B）$\{x\,|\,x<-2或x>1\}$

（C）$\{x\,|\,x<-4或x\ge 0\}$　　（D）$\{x\,|\,x<-4或x>1\}$

（2）已知 $(3+\sqrt{3}i)\cdot z=-2\sqrt{3}i$（$i$ 是虚数单位），那么复数 z 对应的点位于复平面内的

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

（3）下列有关命题的说法正确的是

（A）命题“若 $x^2=1$，则 $x=1$”的否命题为：“若 $x^2=1$，则 $x\ne 1$”.

（B）“$x=-1$”是“$x^2-5x-6=0$”的必要不充分条件.

（C）命题“$\exists x\in R$ 使得 $x^2+x+1<0$”的否定是：“$\forall x\in R$，均有 $x^2+x+1<0$”.

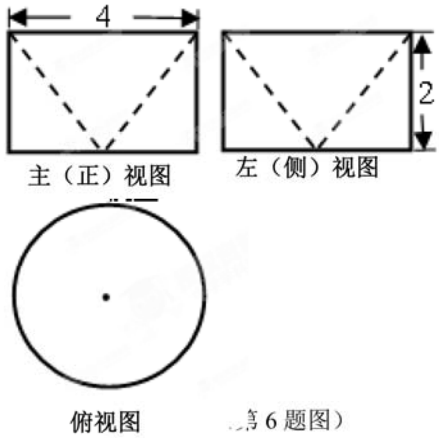
（D）命题“若 $x=y$，则 $\sin x=\sin y$”的逆否命题为真命题.

（4）设 a,b,c 分别是 ΔABC 中 $\angle A,\angle B,\angle C$ 所对边的边长，则直线 $\sin A\cdot x-ay-c=0$ 与 $bx+\sin B\cdot y+\sin C=0$ 的位置关系是

（A）平行　　　（B）重合　　　（C）垂直　（D）相交但不垂直

（5）抛物线 $y^2=-12x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$ 的两条渐近线所围成的三角形的面积等于

（A）$3\sqrt{3}$　　　（B）$2\sqrt{3}$　　　（C）2　　　（D）$\sqrt{3}$



（第6题图）

（6）已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图中圆的直径为4，该几何体的体积为

（A）$\frac{8\pi}{3}$　　　（B）$\frac{16\pi}{3}$　　　（C）4π　　　（D）8π

（7）已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)-\sqrt{3}\cos(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ 是 R 上的偶函数，则 φ 的值为

（A）$\frac{\pi}{6}$　　　（B）$\frac{\pi}{3}$　　　（C）$\frac{2\pi}{3}$　　　（D）$\frac{5\pi}{6}$

（8）在不等式组 $\begin{cases} x-y\le 0 \\ 2x+y\ge 0 \\ y\le a \end{cases}$ 确定的平面区域中，若 $z=x+2y$ 的最大值为6，则 a 的值为

（A）-2　　　（B）2　　　（C）-6　　　（D）6

（9）我们定义函数 $y=[x]$（$[x]$ 表示不大于 x 的最大整数）为“下整函数”；定义 $y=\{x\}$（$\{x\}$ 表示不小于 x 的最小整数）为“上整函数”；例如 $[4.3]=4,[5]=5;\{4.3\}=5,\{5\}=5$. 某停车场收费标准为每小时2元，即不超过1小时（包括1小时）收费2元，超过一小时，不超过2小时（包括2小时）收费4元，以此类推. 若李刚停车时间为 x 小时，则李刚应缴费为（单位：元）

（A）$2[x+1]$　　　（B）$2([x]+1)$　　　（C）$2\{x\}$　　　（D）$\{2x\}$

（10）方程 $2^{x-1}-|x^2-1|=-\frac{1}{2}$ 的实根个数为

（A）2　　　（B）3　　　（C）4　　　（D）5

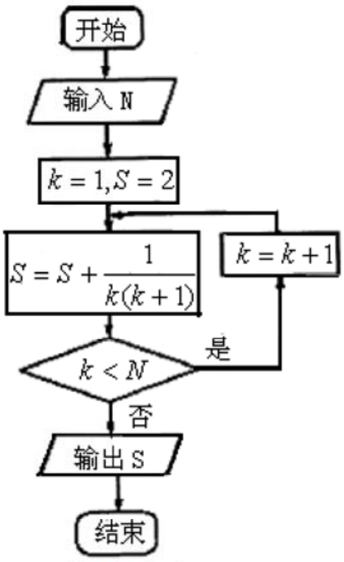
第Ⅱ卷（共100分）

二、填空题：本大题共5个小题，每小题5分，共25分.

（11）已知向量$\vec{a},\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=\sqrt{2},|\vec{b}|=2,(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为______（请用弧度表示）；

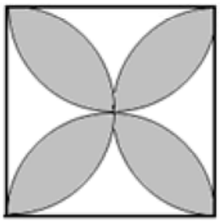
（12）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n=2n^2+n$，则数列$\{a_n\}$的通项公式是__________；

（13）如果执行右边框图，输入$N=5$,则输出的数等于__________；



（第13题图）

（14）在单位正方形内随机取一点P，则点P在如图阴影部分的概率是______________；


（第14题图）

（15）已知函数$f(x)=\begin{cases}1,x是有理数\\0,x是无理数\end{cases}$，下列命题是真命题的是______________（只填命题序号）.

①函数$f(x)$是偶函数；②对任意$x\in R$，$f(x+\sqrt{2})=f(x)$；

③对任意$x\in R$，$f(x+2)=f(x)$；

④对任意$x,y\in R$，$f(x+y)=\frac{1}{2}(f(x)+f(y))$；

⑤若存在$x,y\in R$，使得$f(x+y)=f(x)+f(y)$，则x,y都为无理数.

三、解答题：本大题共6小题，共75分.

（16）（本小题满分12分）

已知$f(x)=\sin(\frac{\pi}{6}-2x)+1-2\cos^2 x$，

（Ⅰ）求函数$f\left(x\right)$的单调递减区间；

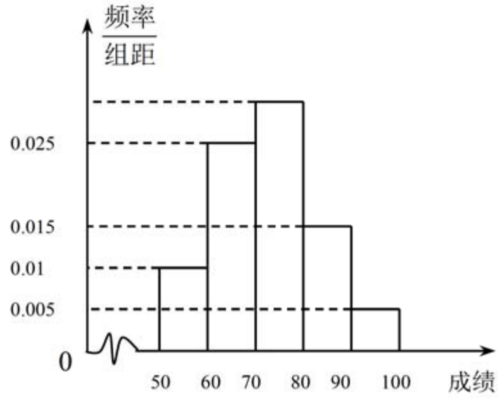
（Ⅱ）在ΔABC中，a,b,c分别是角A,B,C的对边，且$a=1,b+c=2,f(A)=-\frac{1}{2}$，求$\Delta ABC$的面积.

（17）（本小题满分12分）

国家教育部要求高中阶段每学年都要组织学生进行“国家学生体质健康数据测试”，方案要求以学校为单位组织实施，某校对高一1班同学按照“国家学生体质健康数据测试”项目按百分制进行了测试，并对50分以上的成绩进行统计，其频率分布直方图如图所示，若90～100分数段的人数为2人.

（Ⅰ）请求出70～80分数段的人数；

（Ⅱ）现根据测试成绩从第一组和第五组（从低分段到高分段依次为第一组、第二组、…、第五组）中任意选出两人，形成搭档小组.若选出的两人成绩差大于 20，则称这两人为“搭档组”，试求选出的两人为“搭档组”的概率.



第（17）题图

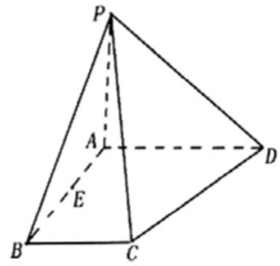
（18）（本小题满分 12 分）

已知四棱锥 *P-ABCD* 中，底面 *ABCD* 为直角梯形，

$BC // AD.\angle BAD=90^\circ$，且$PA=AB=BC=1, AD=2, PA\perp$平面 *ABCD*，*E* 为 *AB* 的中点.

（Ⅰ）证明：$PC\perp CD$；

（Ⅱ）在线段PA上是否存在一点F，使EF//平面PCD，若存在，求$\dfrac{AF}{FP}$的值.



第（18）题图

（19）（本小题满分 12 分）

已知公差不为零的等差数列$\{a_n\}$．满足$a_1+a_3+a_5=12$.，且a_1,a_5,a_{17}成等比数列.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若$b_n=\dfrac{a_n^{\ 2}+1}{a_n^{\ 2}-1}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为$S_n$，求证：$S_n-n<\dfrac{3}{2}$.

（20）（本小题满分 13 分）

坐标系 xOy 中，已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的其中一个顶点坐标为 $B(0,1)$，且点 $P\left(-\frac{\sqrt{6}}{2},-\frac{1}{2}\right)$ 在 C_1 上.

（Ⅰ） 求椭圆 C_1 的方程；

（Ⅱ）若直线 $l: y=kx+m$ 同时与椭圆 C_1 和曲线 C_2： $x^2+y^2=\frac{4}{3}$ 相切，求直线 l 的方程；

（Ⅲ）若直线 $l: y=kx+m$ 与椭圆 C_1 交于 M,N 且 $k_{OM}+k_{ON}=4k$，求证： m^2 为定值.

（21）（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x-x-1$，

（Ⅰ）求函数 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若函数 $g(x)=f(x)+a$，在 $[-2,\ln 2]$ 上有唯一零点，求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）对任意 $x\ge 0$， $f(x)\ge(t-1)x$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.